

## Управление атомами с помощью фотонов

К.Н. Коэн-Тануджи

(Нобелевская лекция. Стокгольм, 8 декабря 1997 г.)

PACS numbers: 32.80.-t, 32.80.Pj, 42.65.-k

## Содержание

1. Введение (292).
  2. Краткий обзор физических процессов (293).
    - 2.1. Два типа эффектов в атомно-фотонных взаимодействиях.
    - 2.2. Управление внутренними степенями свободы. 2.3. Управление внешними степенями свободы.
  3. Субдоплеровское охлаждение (296).
    - 3.1. Сизифов эффект. 3.2. Предел сизифова охлаждения.
    - 3.3. Оптические решетки.
  4. Лазерное охлаждение ниже уровня отдачи (298).
    - 4.1. Предел однофотонной отдачи. Как его обойти. 4.2. Краткий обзор по ССКПН. 4.3. Охлаждение ниже уровня отдачи и статистика Леви.
  5. Примеры применения (301).
    - 5.1. Цезиевые атомные часы. 5.2. Гравитационные резонаторы для нейтральных атомов. 5.3. Блоховские осцилляции.
  6. Заключение (302).
- Список литературы (304).

## 1. Введение

Электромагнитные взаимодействия играют в физике низких энергий центральную роль. Они ответственны за силы притяжения между атомами и молекулами и они же являются причиной излучения и поглощения света атомами и молекулами. Этот свет не только является источником информации об атомах. Он может быть также использован для воздействия на атомы, для манипулирования ими, для управления их различными степенями свободы. С усовершенствованием лазерных источников за последние несколько лет значительно расширились и исследования в этой области. Были развиты методы захвата атомов и охлаждения их до очень низких температур. Это открыло возможности новых исследований и применений.

В случае атомов можно выделить степени свободы двух типов: внутренние степени свободы, такие, как электронная конфигурация или поляризация спинов в

системе координат, связанной с центром масс системы, и внешние — импульс и координаты центра масс в пространстве. Управление внутренними степенями свободы восходит к оптической накачке атомов [1], в которой резонансный обмен угловым моментом между атомами и циркулярно поляризованным светом используется для поляризации спинов этих атомов. Эти эксперименты предшествовали применению лазеров в атомной физике. Управление внешними степенями свободы использует концепцию радиационных сил, возникающих вследствие обмена импульсом между светом и атомами. Радиационные силы, или давление, создаваемые солнечным светом, включал в рассмотрение уже И. Кеплер, чтобы объяснить происхождение хвостов комет. Хотя при использовании обычных источников света эти силы очень малы, они исследовались экспериментально в начале нашего столетия П.Н. Лебедевым, Э.Ф. Николсом и Г.Ф. Халлом, а также Р. Фришем. Исторический обзор этих исследований читатель найдет в [2–5], где также обсуждаются ранние теоретические работы, посвященные рассматриваемой здесь проблеме и выполненные группами В.С. Летохова и А.П. Казанцева в России, А. Ашкина в Bell Labs, С. Стенхолма в Хельсинки.

Оказывается, существует сильная взаимосвязь между динамикой внутренних и внешних степеней свободы. Она лежит в основе таких механизмов эффективного лазерного охлаждения, как "сизифово охлаждение" и "селективное по скоростям когерентное пленение населенностей", которые были открыты в конце 80-х годов (об истории этих работ см., например, [6]). Эти механизмы позволили преодолеть в работах по лазерному охлаждению такие важные фундаментальные ограничения, как доплеровский предел и предел однофотонной отдачи и достичь температур на уровне микрокельвина и, даже, нанокельвина. Большая часть этой статьи посвящена обсуждению этих механизмов (разделы 3 и 4) и описанию нескольких экспериментов, выполненных с их использованием нашей группой в Париже (раздел 5). Существует определенная преемственность между современными разработками в области лазерного охлаждения и пленения и теоретическими и экспериментальными работами, выполненными в конце 60-х и в 70-е годы и посвященными внутренним степеням свободы. Мы

иллюстрируем эту преимущество, представляя в разделе 2 краткий обзор различных физических процессов и интерпретируя их с помощью двух параметров: радиационного уширения и сдвига уровня основного состояния атома.

## 2. Краткий обзор физических процессов

Чтобы классифицировать основные физические процессы, которые используются для управления атомами с помощью света, удобно выделить две большие категории эффектов: диссипативные (или абсорбционные) эффекты с одной стороны, и реактивные (или дисперсионные) с другой. Это разделение относится как к внутренним, так и к внешним степеням свободы.

### 2.1. Два типа эффектов

#### в атомно-фотонных взаимодействиях

Рассмотрим сначала распространение пучка света с частотой  $\omega_L$  в среде, состоящей из атомов с резонансной частотой  $\omega_A$ . Показатель преломления, описывающий это распространение, имеет действительную и мнимую части, которые связаны с физическими процессами двух типов. Падающий фотон может быть поглощен, точнее, рассеян в произвольном направлении. Соответствующее ослабление пучка максимально на резонансной частоте. Оно описывается мнимой частью показателя преломления, который меняется с изменением разности  $\omega_L - \omega_A$  по лоренцевскому закону для поглощения. Мы будем называть такой эффект диссипативным (или абсорбционным). Скорость распространения света также меняется. Соответствующая дисперсия описывается действительной частью  $n$  показателя преломления, отличие которой от единицы,  $n - 1$ , изменяется с изменением  $\omega_L - \omega_A$  в соответствии с лоренцевским законом для дисперсии. Мы будем называть такой эффект реактивным (или дисперсионным).

Диссипативные и реактивные эффекты сказываются также на атомах, как результат их взаимодействия с фотонами. Они проявляются соответственно в уширении и сдвиге атомных энергетических уровней. Такие эффекты появляются уже при взаимодействии атома с квантованным полем излучения, находящимся в основном вакуумном состоянии. Хорошо известно, что возбужденный атомный уровень обладает естественной шириной  $\Gamma$ , которая равна скорости спонтанного излучения фотона в соответствующем состоянии атома. Атомные энергетические уровни также смещаются в результате виртуального излучения и перепоглощения фотонов атомом. Такие радиационные поправки представляют собой просто лэмбовский сдвиг [7].

Подобные эффекты возникают при взаимодействии с падающим пучком света. Основное состояние атома приобретает радиационное уширение  $\Gamma'$ , также равное скорости, с которой фотоны поглощаются атомом, или точнее, рассеиваются им. Атомные энергетические уровни также сдвигаются вследствие виртуального поглощения и переизлучения атомом падающих фотонов. Такое смещение по энергии на величину  $\hbar\Delta'$  называется световым или высокочастотным штарковским сдвигом [8, 9].

Поскольку это важно для дальнейшего анализа, мы даем здесь краткий вывод выражений для  $\Gamma'$  и  $\Delta'$ , используя для описания атомно-фотонных взаимодей-

ствий приближение так называемого "одетого" атома (см., например, [10], глава VI). В отсутствие взаимодействия два одетых состояния  $|g, N\rangle$  (атом в основном состоянии  $g$  в присутствии  $N$  фотонов) и  $|e, N-1\rangle$  (атом в возбужденном состоянии  $e$  в присутствии  $N-1$  фотонов) разнесены по энергии на величину  $\hbar\delta$ , где  $\delta = \omega_L - \omega_A$  есть отстройка частоты света  $\omega_L$  от резонансной частоты атома  $\omega_A$ . Гамильтониан взаимодействия атома со светом  $V_{AL}$  связывает эти два состояния, поскольку атом в состоянии  $g$  может поглотить один фотон и перейти в состояние  $e$ . Соответствующий матричный элемент гамильтониана  $V_{AL}$  можно записать как  $\hbar\Omega/2$ , где так называемая частота Раби  $\Omega$  пропорциональна дипольному моменту перехода и величине  $N^{1/2}$ . В результате взаимодействия эти два состояния расталкиваются, и  $|g, N\rangle$  смещается по энергии на величину  $\hbar\Delta'$ , которая и представляет собой штарковский сдвиг состояния  $g$ . Подмешивание к  $|g, N\rangle$  нестабильного состояния  $|e, N-1\rangle$  с шириной  $\Gamma$  также вызывает уширение  $\Gamma'$  основного состояния. В пределе, когда  $\Omega \ll \Gamma$ ,  $|\delta|$ , простые вычисления по теории возмущений дают:

$$\Gamma' = \Omega^2 \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + 4\delta^2}, \quad (1)$$

$$\Delta' = \Omega^2 \frac{\delta}{\Gamma^2 + 4\delta^2}. \quad (2)$$

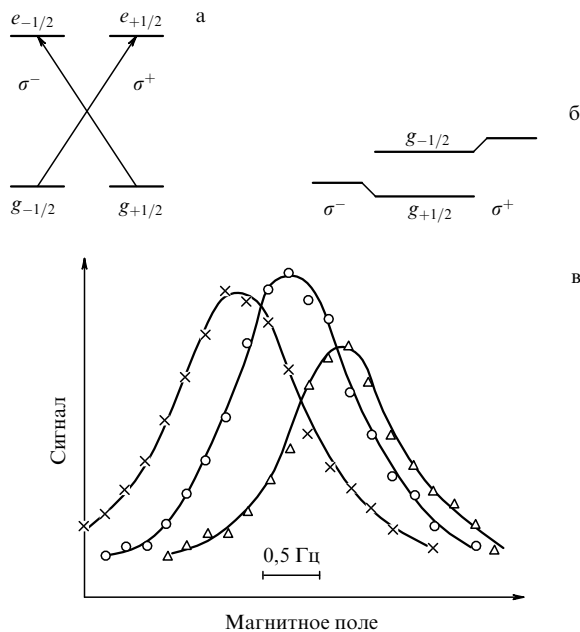
Обе величины  $\Gamma'$  и  $\Delta'$  пропорциональны  $\Omega^2 \propto N$ , т.е. интенсивности света. Они изменяются с отстройкой  $\delta = \omega_L - \omega_A$  по лоренцевскому закону для поглощения и для дисперсии соответственно, что и оправдывает использование терминов "абсорбционный" и "дисперсионный" для этих двух эффектов. При больших отстройках ( $|\delta| \gg \Gamma$ ) величина  $\Gamma'$  меняется как  $1/\delta^2$  и становится пренебрежимо малой по сравнению с  $\Delta'$ , которая меняется как  $1/\delta$ . С другой стороны, при малых отстройках ( $|\delta| \ll \Gamma$ ) уширение  $\Gamma'$  сильно превосходит величину  $\Delta'$ . В пределе высоких интенсивностей, когда частота  $\Omega$  велика по сравнению с  $\Gamma$  и с  $|\delta|$ , два одетых состояния, возникающих в результате взаимодействия, представляют собой симметричную и антисимметричную линейные комбинации состояний  $|g, N\rangle$  и  $|e, N-1\rangle$ . Они разнесены по энергии на  $\hbar\Omega$ , и каждый уровень имеет ширину  $\Gamma' = \Gamma/2$  (исходная скорость  $\Gamma$  спонтанных переходов из состояния  $e$  делится между ними поровну). Таким образом, можно объяснить разнообразные физические эффекты, например, такие, как провал Раби или расщепление Отлера–Таунса спектральных линий переходов, связывающих уровень  $e$  или  $g$  с третьим уровнем [11].

### 2.2. Управление внутренними степенями свободы

**Оптическая накачка.** Оптическая накачка является одним из первых примеров управления атомами с помощью света [1]. Оно основано на том, что резонансное возбуждение атомов циркулярно поляризованным светом, сопровождается передачей атомам части углового момента, переносимого световым пучком. Это связано с различием в скоростях переходов с разных зеемановских подуровней основного состояния атомов в падающем поляризованном свете. Например, на переходе  $J_g = 1/2 \leftrightarrow J_e = 1/2$   $\sigma^+$ -поляризованный свет может поглощаться только атомами, находящимися на подуровне  $M_g = -1/2$ . Они возбуждаются на подуровень

$M_e = +1/2$  уровня  $e$ , с которого могут перейти на подуровень  $M_g = +1/2$  в результате спонтанного излучения  $\pi$ -поляризованного фотона. Далее атомы остаются плененными в этом состоянии, потому что дальнейшие  $\sigma^+$ -переходы оказываются невозможными. Таким способом можно реализовать высокую степень ориентации спинов в основном состоянии атомов.

**Световые (штарковские) сдвиги.** Оптическая накачка является диссипативным эффектом, потому что она связана с резонансным поглощением фотонов атомами. Нерезонансное оптическое возбуждение вызывает световые сдвиги зеемановских подуровней основного состояния. Из-за поляризации возбуждающего света и обычно различны для разных подуровней. Рассмотрим, например, переход  $J_g = 1/2 \leftrightarrow J_e = 1/2$  (рис. 1а). При  $\sigma^+$ -переходах сдвигается только подуровень  $M_g = -1/2$ , в то время как при  $\sigma^-$ -переходах — только подуровень  $M_g = +1/2$  (рис. 1б). Кривые магнитных резонансов в основном состоянии  $g$ , которые очень узки, так как очень велико время релаксации, оказываются, таким образом, сдвинутыми при нерезонансном возбуждении поляризованным светом, и знак этого сдвига меняется при изменении поляризации светового пучка от  $\sigma^+$  к  $\sigma^-$ . Именно таким способом впервые наблюдались сдвиги, вызываемые светом [12]. На рисунке 1в представлен



**Рис. 1.** Экспериментальное наблюдение световых сдвигов (из работы [12]). Для перехода  $J_g = 1/2 \leftrightarrow J_e = 1/2$  (а)  $\sigma^+$ -поляризованный свет сдвигает только подуровень  $g_{-1/2}$  (правая часть б), в то время как  $\sigma^-$ -поляризованный — только подуровень  $g_{+1/2}$  (левая часть б). Отстройка  $\delta$  положительна и очень велика по сравнению с зеемановским расщеплением уровней  $e$  и  $g$ . Таким образом, зеемановское расщепление основного состояния увеличивается в первом случае и уменьшается во втором. (в) Сигнал магнитного резонанса в зависимости от магнитного поля в единицах, соответствующих ларморовой частоте. Кружками обозначена резонансная кривая в отсутствие светового сдвига. Когда вводится нерезонансный световой пучок,  $\sigma^+$ -поляризованный (крестики) или  $\sigma^-$ -поляризованный (треугольники), кривая магнитного резонанса сдвигается в противоположных направлениях.

пример экспериментальных результатов, полученных при возбуждении перехода  $6^1S_0, F=1/2 \leftrightarrow 6^3P_1, F=1/2$  атомов  $^{199}\text{Hg}$  нерезонансным светом лампы, наполненной другим изотопом ( $^{201}\text{Hg}$ ).

Световые сдвиги могут рассматриваться с разных точек зрения. Во-первых, их можно интерпретировать как радиационные поправки, связанные с тем, что атом взаимодействует с падающим, а не с вакуумным полем. Именно поэтому Альфред Кастлер называл их "сдвигами из-за лампы"<sup>1</sup>. Во-вторых, они вносят в высокоточные измерения, использующие оптические методы, возмущения, которые надо принимать во внимание, прежде чем извлекать спектроскопические данные из результатов этих измерений. Наконец, из-за того, что сдвиги различных подуровней отличаются друг от друга, они могут быть описаны в терминах фиктивных магнитных или электрических полей [13]. Именно поэтому световые сдвиги, реализующиеся в нерезонансных лазерных стоячих волнах, все чаще используются для пространственной модуляции зеемановского расщепления основного состояния; период модуляции при этом лежит в оптическом диапазоне длин волн. Такую модуляцию было бы сложно осуществить, используя реальные магнитные поля, изменяющиеся в пространстве. В разделе 3 будет описано интересное применение этой методики.

### 2.3. Управление внешними степенями свободы

**Радиационные силы двух типов.** Существуют радиационные силы двух типов, связанные с диссипативными и реактивными эффектами соответственно.

Диссипативные силы, которые называются также силами радиационного давления или силами рассеяния, связаны с передачей импульса от светового пучка к атомам в процессе резонансного рассеяния. Они пропорциональны скорости рассеяния  $\Gamma'$ . Рассмотрим, например, атом в поле плоской лазерной волны с волновым вектором  $\mathbf{k}$ . Так как фотоны рассеиваются в двух противоположных направлениях с равными вероятностями, средний импульс, передаваемый атому в одном цикле поглощение–спонтанное излучение, равен импульсу  $\hbar\mathbf{k}$  поглощаемого фотона. Средняя скорость передачи импульса, т.е. средняя сила, составляет, таким образом,  $\hbar\mathbf{k}\Gamma'$ . Поскольку при увеличении интенсивности величина  $\Gamma'$  насыщается на уровне  $\Gamma/2$  (см. раздел 2.1), радиационная сила насыщается на уровне  $\hbar\mathbf{k}\Gamma/2$ . Соответствующее ускорение (или торможение), которое может быть передано атому с массой  $M$ , составляет  $a_{\text{max}} = \hbar\mathbf{k}\Gamma/2M = v_R/2\tau$ , где  $v_R = \hbar\mathbf{k}/M$  есть скорость отдачи, приобретаемая атомом при поглощении или излучении одного фотона, и  $\tau = 1/\Gamma$  — радиационное время жизни возбужденного состояния. Для атомов натрия  $v_R = 3 \times 10^{-2}$  м с<sup>-1</sup> и  $\tau = 1,6 \times 10^{-8}$  с, так что  $a_{\text{max}}$  может достигать величин порядка  $10^6$  м с<sup>-2</sup>, т.е.  $10^5g$ , где  $g$  — ускорение свободного падения. При такой силе можно остановить атомы, движущиеся с тепловой скоростью, на расстоянии порядка одного метра при условии, что доплеровский сдвиг замедляемого атома компенсируется, например, за счет изменения в пространстве зеемановского сдвига [14, 15] или за счет chirпирования (модуляции) частоты лазера [16].

<sup>1</sup> В английском языке игра слов: Lamp shift и Lamb shift — сдвиг из-за лампы и лэмбовский сдвиг. (Примеч. редактора.)

Дисперсионные силы, которые называются также дипольными или градиентными силами [2, 3, 17], можно интерпретировать в терминах пространственной зависимости световых сдвигов  $\hbar\Delta'(\mathbf{r})$ , возникающей из-за изменения интенсивности света в пространстве [18]. Рассмотрим для примера лазерный пучок, сильно отстроенный от резонанса, так что можно пренебречь скоростью  $\Gamma'$  (рассеяние отсутствует). Следовательно, атом остается в основном состоянии, и сдвиг  $\hbar\Delta'(\mathbf{r})$  этого состояния играет роль потенциальной энергии, создавая силу, пропорциональную его градиенту:  $\mathbf{F} = -\nabla[\hbar\Delta'(\mathbf{r})]$ . Такая сила может также интерпретироваться как результат перераспределения фотонов между различными плоскими волнами, образующими лазерную волну, в цикле поглощение–стимулированное излучение. Если отстройка недостаточно велика, чтобы можно было пренебречь скоростью  $\Gamma'$ , спонтанные переходы происходят между одетыми состояниями, которым соответствуют противоположно направленные градиенты, так что мгновенная сила случайным образом меняется по направлению. Такое описание одетого атома обеспечивает простую интерпретацию среднего значения и флуктуаций дипольных сил [19].

**Применение диссипативных сил: доплеровское охлаждение и магнитооптические ловушки.** Мы уже упомянули в предыдущем разделе о возможности замедления атомного пучка силами радиационного давления в плоской лазерной волне. Интересные эффекты могут быть реализованы за счет комбинированного воздействия двух лазерных волн, распространяющихся навстречу друг другу.

В качестве первого примера приведем доплеровское охлаждение, впервые предложенное для нейтральных атомов Т.В. Хеншем и А.Л. Шавловом [20] и, независимо, для плененных ионов Д. Винландом и Х. Демелтом [21]. Это охлаждение возникает в результате индуцируемой эффектом Доплера разбалансировки между двумя противоположными силами радиационного давления. Две лазерные волны, распространяющиеся навстречу друг другу, имеют одинаковую (малую) интенсивность и одну и ту же частоту, слегка отстроенную в красную сторону от резонансной частоты атома ( $\omega_L < \omega_A$ ). Для неподвижного атома две силы радиационного давления в точности компенсируют друг друга, и результирующая сила равна нулю. Для движущегося атома видимые частоты двух лазерных волн сдвинуты из-за эффекта Доплера. Частота волны, распространяющейся навстречу атому, становится ближе к резонансу и вызывает большую силу радиационного давления, чем сонаправленная с атомом волна, частота которой удаляется от резонанса. Результирующая сила оказывается, таким образом, направленной навстречу скорости атома  $v$  и при малых  $v$  может быть записана, как  $F = -\alpha v$ , где  $\alpha$  — коэффициент трения. Используя три пары лазеров, излучающих навстречу друг другу вдоль трех ортогональных осей, можно погасить скорость атома за очень короткое время порядка нескольких микросекунд, реализуя так называемую "оптическую патоку" [22].

Доплеровскому трению, ответственному за охлаждение, неизбежно сопутствуют флуктуации, связанные с флуоресценцией, в процессе которой фотоны спонтанно излучаются в произвольных направлениях и в случайные моменты времени. Эти фотоны передают атому случай-

ный импульс отдачи  $\hbar\mathbf{k}$ , вызывая диффузию в пространстве импульсов с коэффициентом диффузии  $D$  [3, 18, 25]. Как и в обычном броуновском движении, конкуренция между трением и диффузией приводит к установлению стационарного состояния с температурой, пропорциональной  $D/\alpha$ . Теория доплеровского охлаждения [23–25] предсказывает, что температура, получаемая в такой схеме, всегда превышает некоторую предельную температуру  $T_D$ , которая называется доплеровским пределом температуры и задается соотношением  $k_B T_D = \hbar\Gamma/2$ , где  $\Gamma$  — естественная ширина возбужденного состояния,  $k_B$  — постоянная Больцмана. Этот предел, который достигается при  $\delta = \omega_L - \omega_A = -\Gamma/2$ , для щелочных атомов составляет около 100 мК. На самом деле, когда в измерениях была достигнута достаточно высокая точность, оказалось, что в оптической патоке реализуется значительно более низкая температура, чем ожидалось [26]. Это показывает, что существуют другие механизмы лазерного охлаждения, более эффективные, чем доплеровское охлаждение. Мы вернемся к этому вопросу в разделе 3.

Разбалансировка между двумя противоположно направленными силами радиационного давления может быть также сделана пространственно зависящей через пространственную зависимость зеemanовских сдвигов, создаваемую градиентом магнитного поля. В одномерной конфигурации, впервые предложенной Ж. Далибаром в 1986 г., две волны, распространяющиеся навстречу друг другу, отстроенные в красную сторону ( $\omega_L < \omega_A$ ) и циркулярно поляризованные в противоположных направлениях, оказываются в резонансе с атомами в разных областях пространства. Это приводит к установлению силы, направленной к точке, в которой магнитное поле исчезает. К тому же ненулевая отстройка частоты обеспечивает доплеровское охлаждение. Фактически такую схему можно реализовать и в трехмерном варианте и использовать ее для создания большой и глубокой ловушки, которую называют магнитооптической ловушкой или МОЛ [27]. Она комбинирует пленение и охлаждение, обеспечивает возможность захвата атомов со скоростями, меняющимися в широком диапазоне, и может использоваться для пленения атомов в небольшой кювете, наполненной парами низкого давления [28].

**Применение дисперсионных сил: лазерные ловушки и атомные зеркала.** Когда отстройка отрицательна ( $\omega_L - \omega_A < 0$ ), отрицательны и световые сдвиги. Если лазерный пучок сфокусирован, фокальная область, в которой интенсивность максимальна, оказывается областью минимальной потенциальной энергии, формируя потенциальную яму, в которой достаточно холодные атомы могут быть захвачены. Это и есть лазерная ловушка. Были реализованы лазерные ловушки, использующие один сфокусированный лазерный пучок [29], либо два пересекающихся сфокусированных пучка [30, 31]. В ранних работах [32] обсуждалось пленение атомов в узлах и пучностях нерезонансной стоячей лазерной волны. Каналирование атомов в стоячей лазерной волне наблюдалось экспериментально [33].

При положительной отстройке световые сдвиги положительны и, следовательно, могут быть использованы для создания потенциальных барьеров. Например, волна с частотой, отстроенной в голубую сторону, испытывающая полное внутреннее отражение от поверхности

стекла, может предотвратить попадание медленных атомов на поверхность, заставляя их отскакивать от "светового коврика" [34]. В этом состоит принцип зеркал для атомов. Были реализованы как плоские [35, 36], так и вогнутые атомные зеркала [37].

### 3. Субдоплеровское охлаждение

В предыдущем разделе мы обсудили по отдельности управление внутренними и внешними степенями свободы и описали механизмы управления, основанные на использовании только одного физического эффекта: либо дисперсионного, либо диссипативного. В действительности существуют механизмы охлаждения, использующие взаимосвязь между спиновой и внешними степенями свободы и между дисперсионными и диссипативными эффектами. В этом разделе мы обсудим один из них, так называемое "сизифово охлаждение" или "поляризационно-градиентный механизм" [38, 39] (см. также [19]), который позволяет получить значительно более низкие температуры, чем доплеровское охлаждение. С помощью этого механизма можно объяснить упоминавшееся выше в разделе 2.3 наблюдение субдоплеровских температур в оптической палочке.

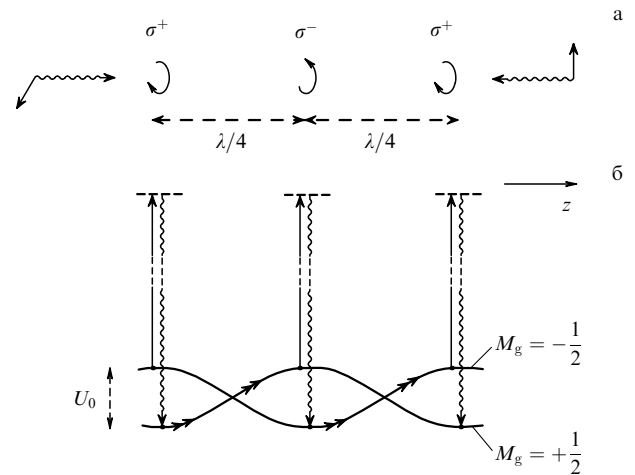
#### 3.1. Сизифов эффект

В большинстве атомов, в частности, в атомах щелочных металлов, основное состояние обладает зеемановской структурой. Поскольку отстройка частоты, используемая в экспериментах по лазерному охлаждению, не слишком велика по сравнению с шириной  $\Gamma$ , одновременно имеют место и различающиеся световые сдвиги, и оптические переходы с разных зеемановских подуровней основного состояния. Более того, поляризация света в общем случае меняется в пространстве, так что световые сдвиги и скорости оптической накачки оказываются пространственно зависящими. Сейчас мы покажем на простом одномерном примере, как комбинация этих различных эффектов может дать очень эффективный механизм охлаждения.

Рассмотрим конфигурацию лазерных волн, представленную на рис. 2а и состоящую из двух плоских волн с одной и той же интенсивностью и частотой, распространяющихся вдоль оси  $z$  навстречу друг другу и линейно поляризованных в перпендикулярных направлениях. Поскольку фазовый сдвиг между волнами линейно возрастает вдоль  $z$ , поляризация суммарного поля меняется на каждом отрезке  $\lambda/4$ : от  $\sigma^+$  к  $\sigma^-$ , затем от  $\sigma^-$  к  $\sigma^+$  и т.д. В промежутке между  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  поляризация эллиптична или линейна.

Рассмотрим теперь простой случай, когда атом в основном состоянии имеет момент  $J_g = 1/2$ . Как показано в разделе 2.2, два зеемановских подуровня  $M_g = \pm 1/2$  испытывают различные световые сдвиги, зависящие от поляризации светового поля, так что зеемановское вырождение уровня снимается. В результате возникает энергетическая диаграмма, приведенная на рис. 2б, где показано, что зеемановское расщепление двух подуровней промодулировано в пространстве с периодом  $\lambda/2$ .

Если отстройка  $\delta$  не слишком велика по сравнению с  $\Gamma$ , имеет место также реальное поглощение фотонов атомом, сопровождающееся спонтанным излучением, которое обеспечивает оптическую накачку переходов



**Рис. 2.** Сизифово охлаждение. Поле сформировано двумя встречными плоскими волнами, распространяющимися вдоль оси  $z$  и линейно поляризованными в перпендикулярных направлениях (а). Поляризация суммарного электрического поля пространственно промодулирована с периодом  $\lambda/2$ . На каждом отрезке  $\lambda/4$  она меняется от  $\sigma^+$  до  $\sigma^-$  и наоборот. Для двух зеемановских подуровней основного состояния атома  $M_g = \pm 1/2$  пространственная модуляция поляризации света приводит к коррелированной пространственной модуляции световых сдвигов этих подуровней и скорости оптической накачки между ними. Из-за этих корреляций движущийся атом чаще взбирается вверх по потенциальному холму, чем спускается вниз (двойные стрелки) (б).

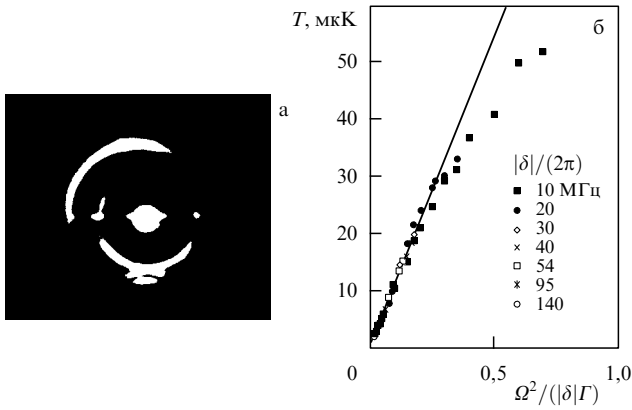
между двумя подуровнями. Направленность последней зависит от поляризации:  $M_g = -1/2 \rightarrow M_g = +1/2$  при  $\sigma^+$ -поляризации,  $M_g = +1/2 \rightarrow M_g = -1/2$  при  $\sigma^-$ -поляризации. Здесь также пространственная модуляция поляризации приводит к пространственной модуляции скоростей оптической накачки с периодом  $\lambda/2$  (вертикальные стрелки на рис. 2б).

Модуляция световых сдвигов и модуляция скоростей накачки естественно коррелируют друг с другом, поскольку они обусловлены одной и той же причиной — пространственной модуляцией поляризации светового поля. Эти корреляции ясно проявляются на рис. 2б. При правильном выборе знака отстройки оптическая накачка всегда переводит атом с верхнего зеемановского подуровня на нижний. Предположим теперь, что атом движется вправо, стартуя с дна долины, например с состояния  $M_g = +1/2$  в точке с  $\sigma^+$ -поляризацией. Из-за того, что время оптической накачки конечно, существует временная задержка между внутренними и внешними переменными, и атом может подняться по потенциальному холму перед поглощением фотона и достичь вершины холма, где максимальна вероятность перехода на другой подуровень<sup>2</sup>, т.е. перехода на дно долины, и т.д. (двойные стрелки на рис. 2б). Как Сизиф в греческой мифологии, который всегда вкатывал камень вверх по склону, атом чаще поднимается на потенциальный холм, чем спускается вниз. Когда он поднимается на холм, его кинетическая энергия преобразуется в потенциальную. Затем под действием света происходит диссипация, поскольку излучаемый спонтанно фотон обладает боль-

<sup>2</sup> Вероятность реализации цикла поглощение–спонтанное излучение. (Примеч. переводчика.)

шей энергией, чем поглощаемый лазерный фотон (антистоксовские рамановские процессы, рис. 2б). После каждого сизифова цикла полная энергия атома  $E$  уменьшается на величину порядка  $U_0$  (глубина оптических потенциальных ям на рис. 2б) до тех пор, пока  $E$  не станет меньше, чем  $U_0$ , и атом не окажется плененным в потенциальной яме.

Проведенное обсуждение показывает, что сизифово охлаждение дает такие температуры  $T_{\text{Sis}}$ , что  $k_B T_{\text{Sis}} \approx U_0$ . Согласно (4), световой сдвиг  $U_0$  пропорционален  $\hbar\Omega^2/\delta$  при  $4|\delta| > \Gamma$ . Такая зависимость  $T_{\text{Sis}}$  от частоты Раби  $\Omega$  и отстройки  $\delta$  проверялась экспериментально на атомах цезия [40]. На рисунке 3 показана зависимость измеренной температуры  $T$  от безразмерного параметра  $\Omega^2/|\delta|\Gamma$ . Измерения отношения  $T$  к интенсивности при разных значениях  $\delta$  показывают, что при достаточно малых интенсивностях  $T$  линейно зависит от единственного параметра — светового сдвига зеемановских подуровней основного состояния.



**Рис. 3.** Измерение температуры цезия в оптической паточке (из работы [40]). Флуоресцентное излучение паточки, наблюдаемое через окно вакуумной камеры. Горизонтальная яркая линия — флуоресцентное излучение атомного пучка, который поступает в паточку и замедляется лазерным пучком с chirпированной частотой (а). Температура атомов, измеренная с помощью времяпролетной техники, в зависимости от безразмерного параметра  $\Omega^2/(|\delta|\Gamma)$ , пропорционального световому сдвигу ( $\Omega$  — оптическая частота Раби,  $\delta$  — отстройка и  $\Gamma$  — естественная ширина возбужденного состояния) (б).

**3.2. Предел сизифова охлаждения**

При малой интенсивности световой сдвиг  $U_0 \propto \hbar\Omega^2/\delta$  значительно меньше, чем  $\hbar\Gamma$ . Это объясняет, почему сизифово охлаждение приводит к значительно более низким температурам по сравнению с теми, которые могут быть достигнуты при доплеровском охлаждении. Нельзя, однако, уменьшать интенсивность лазерного излучения до сколь угодно малых значений. В предшествующем обсуждении не учитывалась отдача при спонтанном излучении фотонов, которая увеличивает кинетическую энергию атома на величину порядка  $E_R$ , где

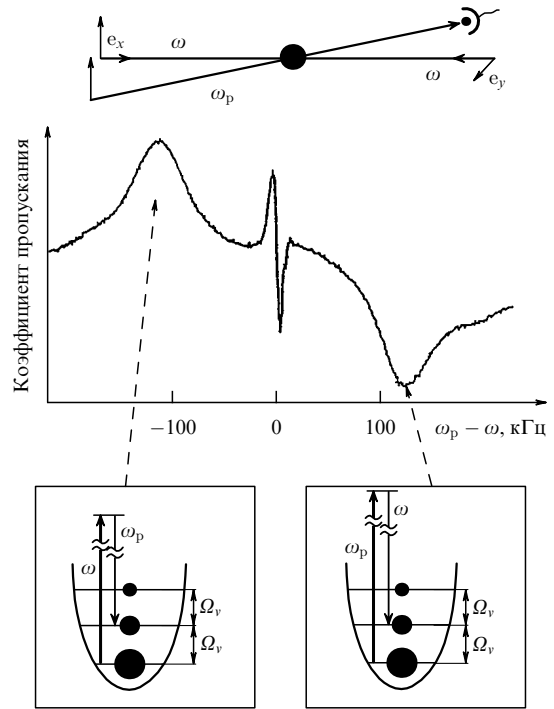
$$E_R = \frac{\hbar^2 k^2}{2M} \tag{3}$$

есть энергия отдачи, приобретаемая атомом при излучении или поглощении одного фотона. Когда  $U_0$  оказывается меньше или порядка  $E_R$ , сизифово охлаждение становится менее эффективным, чем нагревание за счет

отдачи, и больше не работает. Это показывает, что предельно низкая температура, которая может быть получена в такой схеме, составляет несколько  $E_R/k_B$ . Этот результат подтверждается полной квантовой теорией сизифова охлаждения [41, 42] и находится в хорошем согласии с экспериментальными данными. Минимальная температура на рис. 3 составляет около  $10E_R/k_B$ .

**3.3. Оптические решетки**

В оптимальных условиях при сизифовом охлаждении атомы оказываются настолько холодными, что захватываются на квантовые колебательные уровни потенциальной ямы (рис. 4). Точнее, следует рассматривать энергетические зоны, возникающие в этой периодической структуре [43]. Экспериментальное наблюдение такого квантованного движения атомов в поле оптического потенциала впервые было реализовано в одномерном варианте [44, 45]. Атомы захватываются в пространственно периодической последовательности потенциальных ям, называемой одномерной оптической решеткой, которая обладает антиферромагнитным порядком, так как две соседние ямы соответствуют противоположным направлениям спина. Впоследствии были реализованы двумерные и трехмерные оптические решетки (см. обзорные статьи [46, 47]).



**Рис. 4.** Спектр пропускания пробного пучка, зондирующего одномерную оптическую решетку (из работы [44]). Вверху показаны два встречных лазерных пучка с частотой  $\omega$ , линейно поляризованных в перпендикулярных направлениях, которые формируют одномерную оптическую решетку, и пробный пучок с частотой  $\omega_p$ , поглощение которого измеряется детектором. На графике показано пропускание пробного пучка в зависимости от  $\omega_p - \omega$ . Два боковых резонанса, соответствующих усилению и поглощению пробного пучка, связаны со стимулированными рамановскими переходами между колебательными уровнями атомов, плененных лазерным полем (см. две врезки внизу). Узкая структура в центре — рэлеевская линия, возникающая из-за антиферромагнитной упорядоченности атомов.

## 4. Лазерное охлаждение ниже уровня отдачи

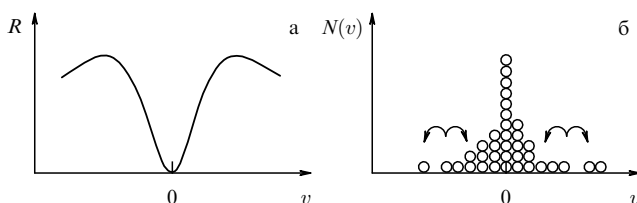
### 4.1. Предел однофотонной отдачи. Как его обойти

В большинстве схем лазерного охлаждения люминесцентные циклы никогда не прекращаются. Поскольку невозможно управлять случайным импульсом отдачи  $\hbar k$ , который передается атому спонтанно излучаемым фотоном, по-видимому, нельзя уменьшить разброс импульса атома  $\delta p$  ниже значения, соответствующего импульсу фотона  $\hbar k$ . Условие  $\delta p = \hbar k$  определяет "предел однофотонной отдачи". В работах по лазерному охлаждению принято определять эффективную температуру  $T$  через полуширину  $\delta p$  (на высоте  $e^{-1/2}$ ) распределения по импульсам с помощью соотношения  $k_B T/2 = \delta p^2/(2M)$ . В шкале температур условие  $\delta p = \hbar k$  определяет "температуру отдачи"  $T_R$ :

$$\frac{k_B T_R}{2} = \frac{\hbar^2 k^2}{2M} = E_R. \quad (4)$$

Значения  $T_R$  лежат в диапазоне от нескольких сотен нК для щелочных атомов до нескольких мК для гелия.

На самом деле можно обойти этот предел и достичь температур  $T$  ниже  $T_R$  в режиме, который называется лазерным охлаждением ниже уровня отдачи. Основная идея состоит в том, чтобы создать ситуацию, когда скорость поглощения фотонов  $\Gamma'$ , она же скорость скачков  $R$  при случайном блуждании атомов в пространстве скоростей, становится зависящей от скорости атома  $v = p/M$  и стремится к нулю при  $v = 0$  (рис. 5а). Рассмотрим теперь атом со скоростью  $v = 0$ . Для такого атома поглощение света подавлено. Следовательно, нет спонтанного переизлучения и нет связанной с ним случайной отдачи. Таким образом, ультрахолодный атом ( $v \simeq 0$ ) защищен от "вредных" воздействий света. С другой стороны, атомы с  $v \neq 0$  могут поглощать и переизлучать свет. В циклах поглощение–спонтанное излучение их скорости хаотически меняются, и соответствующее случайное блуждание в  $v$ -пространстве может переводить атомы из поглощающих состояний с  $v \neq 0$  в темные состояния с  $v \simeq 0$ , в которых они остаются плененными и накапливаются (рис. 5б). Это напоминает то, что происходит в трубке Кундта, когда зернышки песка колеблются в акустической стоячей волне и накапливаются в узлах этой волны, где они больше не двигаются. Заметим, однако, что в ситуации, иллюстрируемой на рис. 5б, имеет место случайное блуждание в пространстве скоростей, тогда как в трубке Кундта



**Рис. 5.** Охлаждение ниже уровня отдачи. Предполагается, что случайное блуждание атомов в пространстве скоростей характеризуется скоростью скачков  $R$ , которая обращается в нуль при  $v = 0$  (а). В результате этого неоднородного случайного блуждания атомы, попадающие в малую окрестность скоростей около  $v = 0$ , остаются плененными в ней в течение длительного времени порядка  $[R(v)]^{-1}$  и накапливаются там (б).

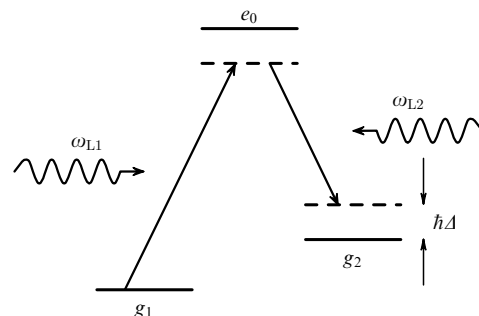
случайным образом меняется положение песчинки в обычном пространстве.

К настоящему времени были предложены и продемонстрированы две схемы лазерного охлаждения ниже уровня отдачи. В первой схеме, которая называется селективным по скоростям когерентным пленением населенностей (ССКПН, VSCPT), уменьшение до нуля скорости  $R(v)$  при  $v = 0$  достигается за счет использования деструктивной квантовой интерференции между различными амплитудами поглощения [48]. Во второй схеме, называемой рамановским охлаждением, используется специальная последовательность импульсов, обеспечивающих рамановские переходы и оптическую накачку, позволяющая сформировать подходящую зависимость  $R(v)$  [49].

### 4.2. Краткий обзор по ССКПН

Сначала напомним принцип подавления поглощения при когерентном пленении населенностей, эффект, который был открыт и исследован в 1976 г. [50, 51]. Рассмотрим трехуровневую систему (рис. 6), состоящую из двух подуровней  $g_1$  и  $g_2$  основного состояния и синглетного возбужденного уровня  $e_0$  и возбуждаемую двумя лазерными полями с частотами  $\omega_{L1}$  и  $\omega_{L2}$ , которые вызывают переходы  $g_1 \leftrightarrow e_0$  и  $g_2 \leftrightarrow e_0$  соответственно. Пусть  $\Delta$  — отстройка от резонанса для стимулированного рамановского процесса, состоящего из поглощения одного фотона  $\omega_{L1}$ , стимулированного излучения одного фотона  $\omega_{L2}$  и переходе атома с уровня  $g_1$  на  $g_2$ . Наблюдения показывают, что скорость процесса  $R$  при  $\Delta = 0$  обращается в нуль. Зависимость  $R$  от  $\Delta$  подобна зависимости от  $v$ , показанной на рис. 5а. Интерпретация этого эффекта состоит в том, что атомы переводятся в процессе оптической накачки в состояние, являющееся линейной комбинацией состояний  $g_1$  и  $g_2$ , из которого переходы в состояние  $e_0$  не происходят из-за деструктивной интерференции между амплитудами переходов  $g_1 \rightarrow e_0$  и  $g_2 \rightarrow e_0$ .

Основная идея ССКПН состоит в том, чтобы, используя эффект Доплера, сделать отстройку  $\Delta$  стимулированного рамановского процесса, показанного на рис. 6, пропорциональной скорости атома  $v$ . Тогда подавление поглощения становится селективным по скоростям, и



**Рис. 6.** Когерентное пленение населенностей. На трехуровневый атом  $g_1, g_2, e_0$  действуют поля двух волн с частотами  $\omega_{L1}$  и  $\omega_{L2}$ , возбуждающих переходы  $g_1 \leftrightarrow e_0$  и  $g_2 \leftrightarrow e_0$  соответственно.  $\hbar\Delta$  есть отстройка от резонанса для стимулированного рамановского перехода между уровнями  $g_1$  и  $g_2$  под действием полей  $\omega_{L1}$  и  $\omega_{L2}$ . Когда  $\Delta = 0$ , атомы оптически накачиваются в состояние, являющееся линейной суперпозицией  $g_1$  и  $g_2$ , в котором они более не поглощают свет из-за деструктивной интерференции между двумя амплитудами поглощения  $g_1 \leftrightarrow e_0$  и  $g_2 \leftrightarrow e_0$ .

реализуется ситуация, соответствующая рис. 5а. Это можно сделать, направляя волны  $\omega_{L1}$  и  $\omega_{L2}$  навстречу друг другу вдоль оси  $z$  и выбирая частоты так, чтобы условие  $\Delta = 0$  выполнялось для неподвижного атома. Тогда для атома, движущегося вдоль оси  $z$  со скоростью  $v$ , противоположные доплеровские сдвиги встречных волн дают пропорциональную  $v$  отстройку рамановского процесса  $\Delta = (k_1 + k_2)v$ .

Более точная количественная теория процесса охлаждения [52] показывает, что темное состояние с  $R = 0$  представляет собой суперпозицию двух состояний, которые отличаются не только внутренним состоянием ( $g_1$  или  $g_2$ ), но и проекцией импульса на ось  $z$ :

$$|\psi_D\rangle = c_1|g_1, -\hbar k_1\rangle + c_2|g_2, +\hbar k_2\rangle. \quad (5)$$

Это связано с тем, что именно в состояниях  $g_1$  и  $g_2$  атом должен иметь импульсы  $-\hbar k_1$  и  $\hbar k_2$ , чтобы из них были возможны переходы в одно и то же состояние  $|e_0, p = 0\rangle$  с поглощением квантов с импульсами  $\hbar k_1$  и  $\hbar k_2$  соответственно. Когда  $\Delta = 0$ , состояние (5) является стационарным состоянием системы "атом + поле". В результате охлаждения по схеме ССКПН устанавливается распределение атомов по импульсам с двумя узкими пиками, центрированными в точках  $-\hbar k_1$  и  $\hbar k_2$  и обладающими шириной  $\delta p$ , которая стремится к нулю при стремлении времени взаимодействия  $\theta$  к бесконечности.

Первый эксперимент по ССКПН [48] был выполнен на атомах гелия, находящихся в метастабильном состоянии  $2^3S_1$ . Состояниями  $g_1$  и  $g_2$  служили зеемановские подуровни этого состояния с  $M = -1$  и с  $M = +1$ , а уровнем  $e_0$  служил зеемановский подуровень с  $M = 0$  более высоко лежащего состояния  $2^3P_1$ . Встречные световые волны имели одну и ту же частоту  $\omega_{L1} = \omega_{L2} = \omega_L$  и были циркулярно поляризованы в противоположных направлениях. Два пика в распределении по импульсам были центрированы в точках  $\pm\hbar k$  и имели ширину, соответствующую  $T \simeq T_R/2$ . Затем время взаимодействия было увеличено за счет того, что в отличие от первого эксперимента [53], вместо атомного пучка использовалось предварительно охлажденное облако плененных атомов гелия. Это привело к значительному снижению температуры (рис. 7). Недавно наблюдались очень низкие температуры вплоть до  $T_R/800$  [54].

Измерять столь низкие температуры с помощью обычной времяпролетной техники сложно, потому что разрешение в этом случае ограничено начальными пространственными размерами атомного облака. В [54] был разработан новый метод, который состоит в прямом измерении корреляционной функции атомов  $G(a) = \int_{-\infty}^{\infty} dz \phi^*(z+a)\phi(z)$ , где  $\phi(z)$  — функция, описывающая атомный волновой пакет. Эта корреляционная функция, характеризующая степень пространственной когерентности между двумя точками, разделенными расстоянием  $a$ , является фурье-образом распределения по импульсам  $|\phi(p)|^2$ . Этот метод аналогичен фурье-спектроскопии в оптике, где узкую спектральную линию  $I(\omega)$  легче найти из корреляционной функции излучаемого электрического поля  $G(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} dt E^*(t+\tau)E(t)$ , являющейся фурье-образом функции  $I(\omega)$ . Экспериментально функцию  $G(a)$  можно измерить, выключив на некоторое "темновое" время  $t_D$  световой пучок и позволив двум волновым пакетам, реализующимся в ССКПН,

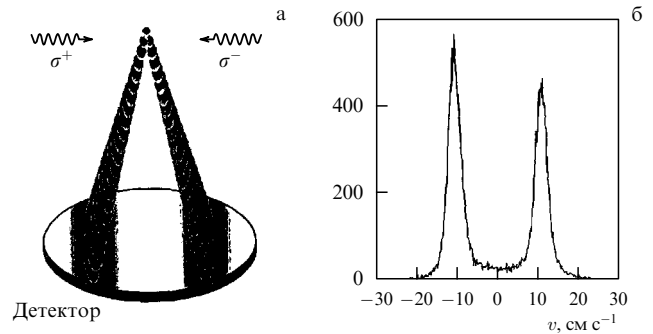
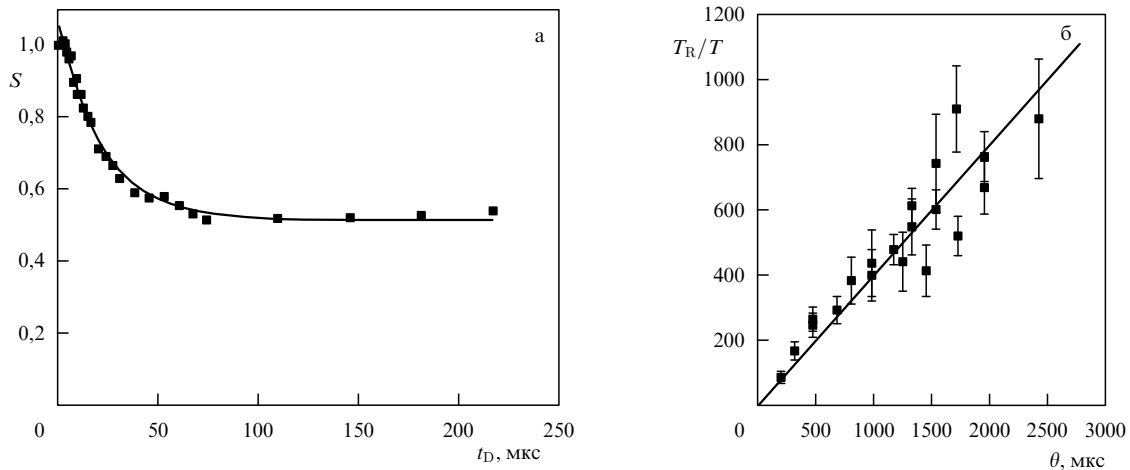


Рис. 7. Схема одномерного эксперимента по ССКПН. Облако предварительно охлажденных плененных атомов создается до того, как две встречных ССКПН волны, циркулярно поляризованных в противоположных направлениях, включаются на время  $\theta = 1$  мс. Далее атомы свободно падают, и на 6,5 см ниже их положение детектируется с помощью микроканальной пластины. Двойная полоса характерна для одномерного охлаждения, в котором атомы накапливаются в состоянии, являющемся линейной суперпозицией состояний с двумя разными значениями импульса (а). Распределение по скоростям атомов, детектируемых микроканальной пластиной. Ширина  $\delta v$  двух пиков меньше, чем расстояние между ними  $2v_R$ , где  $v_R = 9,2$  см  $s^{-1}$  — скорость отдачи. Это очевидный признак охлаждения ниже уровня отдачи (б).

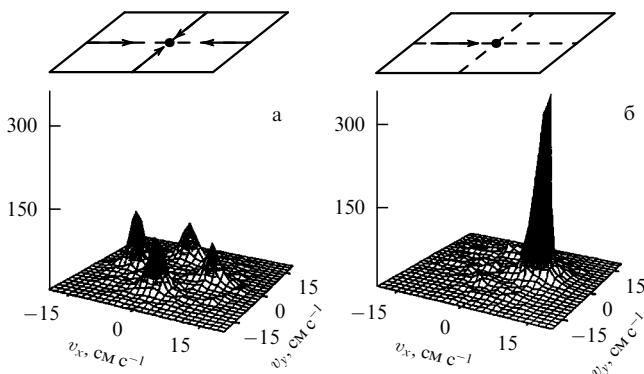
разлетаться с относительной скоростью  $2v_R = 2\hbar k/m$  в течение этого темнового времени. За это время пакеты разлетаются на расстояние  $a = 2v_R t_D$ . Затем с помощью пробного импульса измеряется сигнал, пропорциональный перекрытию пакетов. На рисунке 8а показана зависимость такого сигнала  $S$  (который фактически равен  $[1 + G(a)]/2$ ) от  $t_D$ . Из этой кривой определяется температура  $T \approx T_R/625$ , соответствующая  $\delta p \approx \hbar k/25$ . На рисунке 8б показана зависимость отношения  $T_R/T$  от времени взаимодействия  $\theta$ . Как и предсказывает теория (см. следующий раздел), отношение  $T_R/T$  линейно меняется с  $\theta$  и может достигать значения 800.

ССКПН было реализовано в двумерном [55] и в трехмерном [56] вариантах. В [57] показано, что в случае переходов  $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 1$  существует темное состояние, которое можно описать с использованием таких же векторов, как и лазерное поле. Точнее, если лазерное поле представляет собой суперпозицию  $N$  плоских волн с волновыми векторами  $\mathbf{k}_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) равной длины  $k$ , атом переходит при охлаждении в когерентную суперпозицию  $N$  волновых пакетов со средними импульсами  $\hbar \mathbf{k}_j$  и с шириной распределений  $\delta p$ , уменьшающейся с увеличением времени взаимодействия. Более того, из-за изоморфизма между темным состоянием де Бройля и лазерным полем можно адиабатически изменять конфигурацию лазерного поля и переводить все атомы в одиночный волновой пакет или в два волновых пакета по желанию [58]. На рисунке 9 приведен пример такого когерентного управления волновым пакетом в двумерном случае. На рисунке 9а показано распределение по поперечным составляющим скорости в виде четырех пакетов, полученных с использованием двух пар встречных волн, распространяющихся вдоль осей  $x$  и  $y$  в горизонтальной плоскости; на рисунке 9б показан одиночный пакет, в который переведены все атомы путем адиабатического выключения трех из четырех лазерных пучков. Аналогичные результаты можно получить в трехмерном случае.





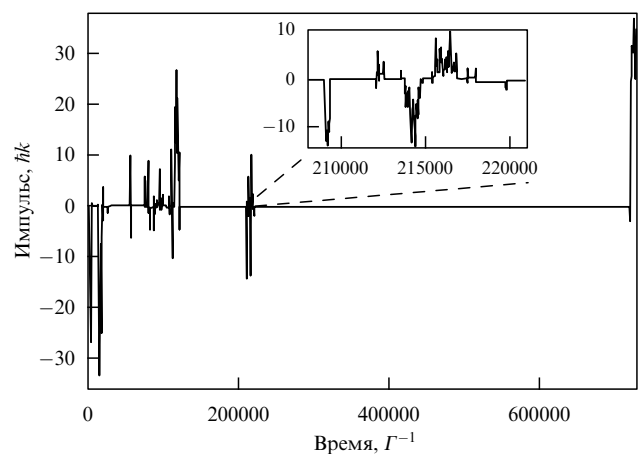
**Рис. 8.** Измерение пространственной корреляционной функции атомов, охлажденных методом ССКПН (из работы [54]). После охлаждения в течение времени  $\theta$  оба лазерных пучка выключаются на темное время  $t_D$ . Два волновых пакета, в которые накачаны атомы, разлетаются с относительной скоростью  $2v_R$  и оказываются разнесенными на расстояние  $a = 2v_R t_D$ . Лазерные пучки снова включаются на короткое время для зондирования и измеряется сигнал  $S$ , который, как можно показать, равен  $[1 + G(a)]/2$ , где  $G(a)$  — пространственное перекрытие двух идентичных волновых пакетов, разнесенных на расстояние  $a$ . Из  $G(a)$ , рассматриваемой как корреляционная функция одного пакета, можно найти распределение атомов по импульсам, которое является фурье-образом  $G(a)$ . (а) Зависимость  $S$  от  $a$ . (б) Зависимость от времени охлаждения  $\theta$  отношения  $T_R/T$ , где  $T_R$  — температура отдачи,  $T$  — температура охлажденных атомов, найденная из ширины  $G(a)$ . Прямая линия — линейная аппроксимация, соответствующая теоретическим предсказаниям на основе статистики Леви. Минимальная температура порядка  $T_R/800$  составляет 5 нК.



**Рис. 9.** Эксперимент по двумерному ССКПН (из работы [58]). Экспериментальная схема такая же, как на рис. 7, но теперь используется четыре лазерных пучка в горизонтальной плоскости и атомы накачиваются в линейную суперпозицию четырех состояний с различными импульсами, что приводит к появлению четырех пиков в двумерном распределении по скоростям (а). Когда три из четырех пиков адиабатически выключаются, все атомы переходят в один волновой пакет (б).

#### 4.3. Охлаждение ниже уровня отдачи и статистика Леви

Численное моделирование методом квантового Монте-Карло [59, 60] позволяет посмотреть на лазерное охлаждение ниже уровня отдачи с другой точки зрения [61]. На рисунке 10 показан пример случайной эволюции атомного импульса  $p$  в одномерном ССКПН. Каждый вертикальный скачок соответствует процессу спонтанного излучения, в котором импульс  $p$  меняется случайным образом. Между двумя последовательными скачками  $p$  остается постоянным. Ясно видно, что случайные скачки в пространстве скоростей являются аномальными событиями, доминирующую же роль играют несколько этапов процесса, на которых скачки отсутствуют и



**Рис. 10.** Моделирование волновой функции методом Монте-Карло для одномерного ССКПН (из работы [61]). Изменение во времени импульса  $p$ , характеризующего охлаждаемые атомы. Каждый вертикальный разрыв соответствует скачкообразному спонтанному акту излучения, в котором импульс  $p$  меняется случайным образом. Между двумя последовательными скачками  $p$  остается постоянным. На вставке показана часть процесса в увеличенном виде.

суммарная продолжительность которых составляет значительную часть общего времени взаимодействия. Простой анализ показывает, что вероятность  $P(\tau)$  удержания в течение времени  $\tau$  в малой окрестности около  $v = 0$  представляет собой широкое распределение, спадающее на крыльях по степенному закону. Спадание на крыльях происходит настолько медленно, что среднее значение  $\langle \tau \rangle$  времени  $\tau$  может расходиться. В таких случаях центральная предельная теорема (ЦПТ) более не применима для определения распределения по суммарному времени удержания после  $N$  попаданий в зону удержания и  $N$  выходов из нее.

Можно распространить ЦПТ на широкие распределения со степенным законом спада на крыльях [62, 63]. Мы применили к охлаждению ниже уровня отдачи соответствующую статистику, которая называется "статистикой Леви", и показали, что таким путем можно лучше понять физику процесса, а также сделать количественные аналитические предсказания об асимптотическом поведении характеристик охлаждаемых атомов при увеличении времени взаимодействия  $\theta$  до бесконечности [61, 64]. Например, таким способом можно предсказать, что при  $\theta \rightarrow \infty$  температура уменьшается как  $1/\theta$  и что крылья в распределении по импульсам ведут себя как  $1/p^2$ , а следовательно, форма распределения ближе к лоренцевской, чем к гауссовой. Это согласуется с экспериментальными результатами, представленными на рис. 8 (аппроксимирующая кривая на рис. 8а представляет собой экспоненту, т.е. является фурье-образом лоренцевской кривой).

Важной особенностью процесса охлаждения, которую выявляет этот теоретический анализ, является его неэргодичность. Независимо от величины времени взаимодействия  $\theta$  всегда существует время эволюции атомов (время удержания в малой окрестности около  $v = 0$ , см. рис. 5а), которое может быть больше  $\theta$ . Еще одно достоинство этого нового подхода состоит в том, что он позволяет оптимизировать параметры охлаждающих лазеров применительно к условиям эксперимента. Например, за счет использования различных по форме лазерных импульсов при одномерном охлаждении атомов цезия удалось достичь температур до 3 нК [65].

## 5. Примеры применения

Реализация пленения атомов и охлаждения их до очень низких температур, при которых их скорости могут составлять всего лишь несколько мм  $\text{с}^{-1}$ , открыла перспективу для многих приложений. Ультрахолодные атомы можно наблюдать в течение гораздо более длительного времени, чем обычно, что важно для спектроскопии высокого разрешения и для создания эталонов частоты. Кроме того, они обладают очень большой длиной волны де Бройля, что обусловило появление новых областей исследований, таких как оптика атомов, атомная интерферометрия и бозе-эйнштейновская конденсация разреженных газов. Невозможно обсуждать здесь все эти вопросы, и мы отсылаем читателя к недавним обзорам, например [5]. В этом разделе мы обсудим лишь некоторые направления использования ультрахолодных атомов, которые были в последнее время исследованы нашей группой в Париже.

### 5.1. Цезиевые атомные часы

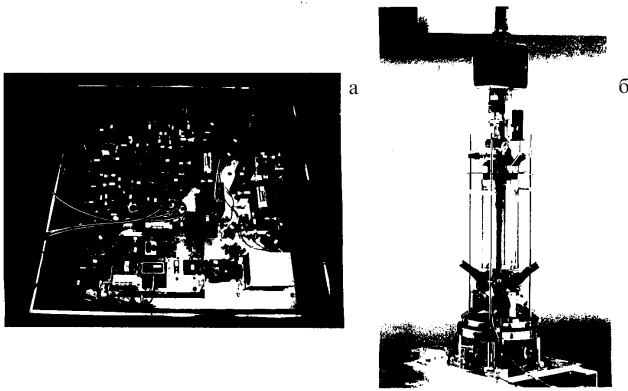
Атомы цезия, охлажденные методом сизифова охлаждения, имеют эффективную температуру порядка 1 мК, соответствующую среднеквадратичной скорости около 1 см  $\text{с}^{-1}$ . Это позволяет им в течение длительного времени  $T$  оставаться в области наблюдения, где микроволновое поле индуцирует резонансные переходы между двумя уровнями сверхтонкой структуры основного состояния  $g_1$  и  $g_2$ . Увеличение  $T$  уменьшает ширину  $\Delta\nu = 1/T$  линии микроволнового резонанса, частота которого используется для определения единицы времени. Стабильность атомных часов может быть, таким

образом, значительно улучшена за счет использования ультрахолодных атомов [66, 67].

В обычных атомных часах атомы теплового цезиевого пучка пересекают два микроволновых резонатора, питаемых одним генератором. Средняя скорость атомов составляет несколько сот м  $\text{с}^{-1}$ , расстояние между резонаторами порядка одного метра. Микроволновый резонанс между  $g_1$  и  $g_2$  используется для мониторинга и привязки частоты к центру атомной линии. Чем уже атомная линия, тем стабильнее часы. Фактически, в линии микроволнового резонанса проявляются интерференционные полосы Рамзея, ширина которых  $\Delta\nu$  определяется временем  $T$  пролета атомов от одного резонатора к другому. В наиболее длинных устройствах время  $T$ , которое можно рассматривать как время наблюдения, может достигать 10 мс, обеспечивая величину  $\Delta\nu \sim 1/T$  порядка 100 Гц.

Значительно более узкие рамзеевские линии с субгерцовыми ширинами можно получить, используя так называемый "атомный фонтан Захариаса" [68]. Атомы захватываются в магнитооптической ловушке и охлаждаются светом, а затем выбрасываются лазерным импульсом вверх через микроволновой резонатор. Далее они замедляются гравитационными силами и падают обратно, проходя через резонатор вторично. Атомы, следовательно, испытывают воздействие микроволнового поля в виде двух импульсов, дважды пролетая сквозь резонатор: первый раз на пути вверх и второй раз при падении вниз. Интервал времени между двумя импульсами может теперь составлять около 1 с, т.е. на два порядка больше, чем в обычных часах. Атомные фонтаны были реализованы на натрии [69] и на цезии [70]. Недавно на цезиевом фонтане высотой один метр была получена кратковременная стабильность частоты около  $1,3 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ , где  $\tau$  — время интегрирования [71, 72]. При  $\tau = 10^4$  с и  $\tau = 3 \times 10^4$  с были зарегистрированы значения  $\Delta\nu/\nu \sim 1,3 \times 10^{-15}$  и  $\Delta\nu/\nu \sim 8 \times 10^{-16}$  соответственно. Фактически, измеренная стабильность, скорее всего, ограничена стабильностью водородного мазера, который использовался как опорный источник, реальная же стабильность, которую можно более точно определить по биениям сигналов от двух фонтанных часов, согласно оценкам, должна достигать  $\Delta\nu/\nu \sim 10^{-16}$  при времени интегрирования, равном одному дню. Кроме стабильности, другим важным свойством эталона частоты является его точность. Из-за очень малых скоростей в фонтанном устройстве многие систематические сдвиги сильно уменьшены и могут быть оценены с высокой точностью. Фонтанные часы BNM-LPTF с точностью около  $2 \times 10^{-15}$  являются в настоящее время самым точным первичным эталоном [73]. В недалеком будущем ожидается повышение этой точности на порядок.

Чтобы увеличить время наблюдения за пределы одной секунды, можно изготовить часы, работающие в условиях пониженной гравитации. Недавно такие микрогравитационные часы были испытаны на реактивном самолете, совершающем полет по параболической траектории. При эффективном гравитационном ускорении  $10^{-2}g$  был зарегистрирован резонансный сигнал шириной 7 Гц. Эта ширина вдвое меньше, чем полученная в том же приборе на земле. Этот опытный образец часов (рис. 11) представляет собой компактное транспортное устройство, которое может использоваться в качестве эталона частоты и в земных условиях.



**Рис. 11.** Опытный образец микрогравитационных часов. Слева оптическая скамья 60 см × 60 см × 15 см, на которой расположены диодные лазерные источники и различные оптические компоненты (а). Справа показаны сами часы (длина около одного метра), содержащие оптическую патку, микроволновой резонатор и область детектирования (б).

Атомные часы на ультрахолодных атомах могут не только улучшить функционирование таких систем, как, например глобальная спутниковая система местопределения. Они могут также использоваться в фундаментальных исследованиях. Например, можно создать двое фонтанных часов: одни на цезии, другие на рубидии, и с их помощью измерять с высокой точностью отношение частот переходов между уровнями сверхтонкой структуры в этих двух атомах. Расщепление, связанное с релятивистскими поправками, зависит от  $Z\alpha$ , где  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры,  $Z$  — атомный номер [74]. Поскольку атомные номера цезия и рубидия различны, отношение частот зависит от  $\alpha$ . Измеряя это отношение несколько раз на длинных промежутках времени, можно проверить предположение Дирака о возможном изменении  $\alpha$  во времени. Современный верхний предел точности измерения отношения  $\dot{\alpha}/\alpha$ , достигнутый в [74], может быть улучшен на два порядка величины.

Другим интересным экспериментом могло бы быть проводимое с высокой точностью измерение гравитационного красного смещения и гравитационной задержки электромагнитных волн, проходящих вблизи большой массы (эффект Шапиро [75]).

## 5.2. Гравитационные резонаторы для нейтральных атомов

Мы уже упоминали в разделе 2.3, что можно создавать зеркала для атомов, используя полное внутреннее отражение от поверхности стекла волн, сдвинутых по частоте в голубую сторону от резонанса с атомом. В частности, представляют интерес вогнутые зеркала (рис. 12а), поскольку при их использовании поперечное движение атомов становится устойчивым, если атомы падают на зеркало, стартуя из точки, расположенной на оси ниже фокуса зеркала. Таким способом можно наблюдать несколько последовательных отскоков атомов (рис. 12б), и такая система может рассматриваться как "батут для атомов" [37]. При анализе этого эксперимента можно приближенно рассматривать атомы как классические частицы, упруго отражающиеся от вогнутого зеркала. Однако при квантовомеханическом описании следует рассматривать отражение от зеркала атомной волны де

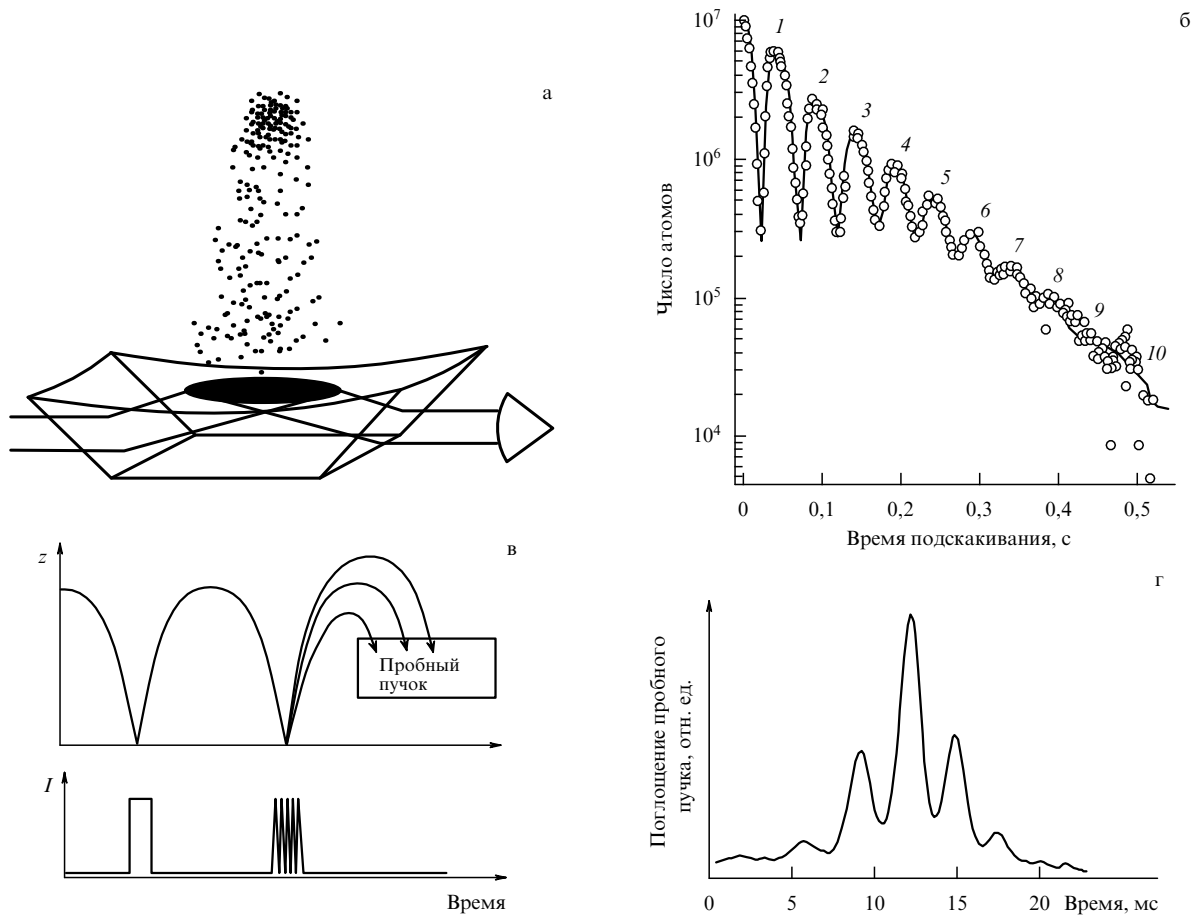
Бройля. Можно далее ввести для такого "гравитационного резонатора" стоячие волны де Бройля, совершенно аналогичные стоячим световым волнам в резонаторе Фабри–Перо [76]. Модулируя с частотой  $\Omega/2\pi$  интенсивность испытывающего внутреннее отражение света, создающего зеркало для атомов, можно реализовать эквивалент колеблющегося зеркала для волн де Бройля. Отраженные волны приобретают, таким образом, модулированный доплеровский сдвиг. Соответствующая частотная модуляция этих волн была недавно продемонстрирована в [77], где наблюдалось изменение энергии атома при отражении  $\Delta E$  и было обнаружено, что  $\Delta E = n\hbar\Omega$ , где  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  (рис. 12в, г). Дискретная структура этого энергетического спектра является чисто квантовым эффектом. Для классической частицы, отражающейся от колеблющегося зеркала,  $\Delta E$  изменялось бы непрерывно в некотором диапазоне.

## 5.3. Блоховские осцилляции

При охлаждении ниже уровня отдачи, когда  $\delta p$  становится меньше  $\hbar k$ , атомная длина когерентности  $\hbar/\delta p$  становится больше, чем длина волны света, используемого для лазерного охлаждения атомов,  $\lambda = \hbar/\hbar k = \hbar/k$ . Рассмотрим такой ультрахолодный атом в периодическом потенциале, обусловленном световыми сдвигами в нерезонансной стоячей лазерной волне. Атомная волна де Бройля делокализована на нескольких периодах потенциала, а это означает, что таким путем можно приготовить квазиблоховское состояние. Чирпируя частоту встречных лазерных волн, формирующих стоячую волну, можно создать "ускоренную" стоячую волну. В системе, в которой эта волна покоится, атомы испытывают действие постоянной инерциальной силы в дополнение к силам, создаваемым периодическим потенциалом. Они ускоряются, и длина волны де Бройля  $\lambda_{dB} = \hbar/M\langle v \rangle$  уменьшается. Когда  $\lambda_{dB} = \lambda_{Laser}$ , волна де Бройля испытывает брэгговское отражение на периодическом оптическом потенциале. Вместо того, чтобы линейно возрастать со временем, средняя скорость атомов  $\langle v \rangle$  осциллирует. Такие блоховские осцилляции, описанные в учебниках по физике твердого тела, легче наблюдать на ультрахолодных атомах, чем на электронах в конденсированном веществе, потому что для волн де Бройля блоховский период может быть значительно короче, чем время релаксации когерентности (в конденсированном веществе очень сильны релаксационные процессы, связанные со столкновениями). На рисунке 13 показан пример блоховских осцилляций [78], наблюдавшихся на атомах цезия, охлажденных с помощью улучшенной методики рамановского охлаждения ниже уровня отдачи, описанной в [65].

## 6. Заключение

Мы описали в этой статье физические механизмы, позволяющие управлять нейтральными атомами с помощью лазерного света. Некоторые из них можно легко интерпретировать в терминах резонансного обмена энергией, моментом и импульсом между атомами и фотонами. Несколько наиболее эффективных механизмов связано с новыми способами комбинирования хорошо известных физических эффектов, таких как оптическая накачка, лазерные сдвиги и когерентное



**Рис. 12.** Гравитационный резонатор для нейтральных атомов (из работ [36, 77]). Батут для атомов: атомы, освобожденные из магнитооптической ловушки, отражаются от вогнутого зеркала, сформированного отстроенной в голубую сторону волной, испытывающей полное внутреннее отражение от искривленной поверхности стеклянной призмы (а). Число атомов в месте первоначального расположения ловушки в зависимости от времени, прошедшего после выключения ловушки; на рисунке видны десять последовательных отражений (б). Принцип эксперимента, демонстрирующего частотную модуляцию волн де Бройля: верхняя кривая демонстрирует атомные траектории (зависимость  $z$  от времени); нижняя кривая показывает временную зависимость интенсивности  $I$  волн, испытывающих полное внутреннее отражение. Первый импульс используется для селекции скорости, второй импульс промодулирован по интенсивности (в). Это обеспечивает вибрацию зеркала, вызывающую частотную модуляцию отраженной волны де Бройля, которая состоит из несущей и боковых частот, отстоящих на частоту модуляции. Таким образом, энергетический спектр отраженных частиц является дискретным, так что их траектории образуют дискретную серию. Этот эффект проявляется в характере временной зависимости поглощения пробного пучка, проходящего над призмой (г).

пленение населенностей. Мы привели два примера таких механизмов — сизифово охлаждение и охлаждение ниже уровня отдачи, которые позволяют охлаждать атомы до температур порядка микрокельвина и нанокельвина. Мы описали также возможные применения ультрахолодных атомов. В них используются преимущества длительного времени взаимодействия и большой длины волны де Бройля, которые стали доступными с появлением методов лазерного охлаждения и пленения.

Резонно ожидать в ближайшем будущем дальнейшего прогресса в этой области и новых применений описанной техники. Что касается фундаментальных проблем, по крайней мере, два направления исследований представляются перспективными. Во-первых, улучшение управления "чистыми" ситуациями, включающими небольшое число атомов в хорошо определенных квантовых состояниях и связанными, например, с очень большой длиной пространственной когерентности или с большим временем удержания. Здесь атомная и молеку-

лярная физика, а также оптика по-прежнему будут играть важную роль, обеспечивая "испытательный полигон" для улучшения нашего понимания квантовых явлений. Второе интересное направление связано с исследованием новых систем, таких как бозе-конденсат, включающий макроскопическое число атомов в одном и том же состоянии. Можно надеяться, что будут созданы новые типы когерентных атомных источников (иногда называемых "атомными лазерами"), которые откроют новые интересные возможности.

Наконец, ясно, что все достижения в области лазерного охлаждения и пленения усиливают связи атомной физики с другими областями науки, такими, например, как физика конденсированного состояния или статистическая физика. Использование статистики Леви для анализа охлаждения ниже уровня отдачи представляет собой пример такого плодотворного диалога. Междисциплинарный характер исследований свойств бозе-конденсата также является признаком усиливающегося взаимопроникновения.

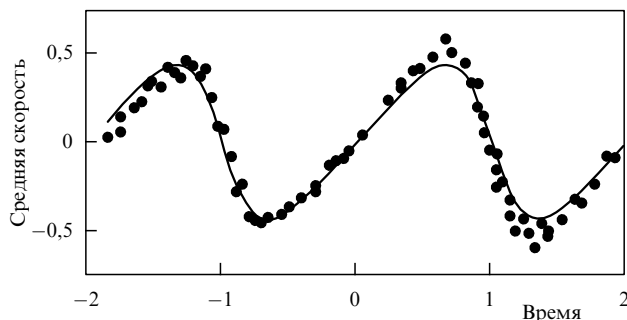


Рис. 13. Блоховские осцилляции атомов в периодическом оптическом потенциале (из работы [78]). Средняя скорость (в единицах, равных скорости отдачи) в зависимости от времени (в единицах, равных половине блоховского периода) для ультрахолодных атомов цезия, движущихся в периодическом оптическом потенциале и испытывающих, кроме того, действие постоянной силы.

### Список литературы

- Kastler J. *Phys. Rad.* **11** 255 (1950)
- Ashkin A *Science* **210** 1081 (1980)
- Letokhov V S, Minogin V G *Phys. Reports* **73** 1 (1981)
- Stenholm S *Rev. Mod. Phys.* **58** 699 (1986)
- Adams C S, Riis E *Prog. Quant. Electr.* **21** 1 (1997)
- Cohen-Tannoudji C N, Phillips W D *Physics Today* **43** (10) 33 (1990)
- Heitler W *The Quantum Theory of Radiation* 3d ed. (Oxford: Clarendon Press, 1954)
- Barrat J-P, Cohen-Tannoudji C J. *Phys. Rad.* **22** 329, 443 (1961)
- Cohen-Tannoudji C *Ann. Phys. (Paris)* **7** 423, 469 (1962)
- Cohen-Tannoudji C, Dupont-Roc J, Grynberg G *Atom-Photon Interactions — Basic Processes and Applications* (New York: Wiley, 1992)
- Autler S H, Townes C H *Phys. Rev.* **100** 703 (1955)
- Cohen-Tannoudji C *C.R. Acad. Sci. (Fr)* **252** 394 (1961)
- Cohen-Tannoudji C, Dupont-Roc J *Phys. Rev. A* **5** 968 (1972)
- Phillips W D, Metcalf H *Phys. Rev. Lett.* **48** 596 (1982)
- Prodan J V, Phillips W D, Metcalf H *Phys. Rev. Lett.* **49** 1149 (1982)
- Ertmer W, Blatt R, Hall J L, Zhu M *Phys. Rev. Lett.* **54** 996 (1985)
- Аскарьян Г А *ЖЭТФ* **42** 1567 (1962) [*Sov. Phys. JETP* **15** 1088 (1962)]
- Cohen-Tannoudji C, in *Fundamental Systems in Quantum Optics* Les Houches session LIII (1990) (Eds J Dalibard, J-M Raimond, J Zinn-Justin) (Amsterdam: North-Holland, 1992) p. 1
- Dalibard J, Cohen-Tannoudji C *J. Opt. Soc. Am. B* **2** 1707 (1985)
- Hansch T W, Schawlow A L *Opt. Commun.* **13** 68 (1975)
- Wineland D, Dehmelt H *Bull. Am. Phys. Soc.* **20** 637 (1975)
- Chu S, Hollberg L, Bjorkholm J E, Cable A, Ashkin A *Phys. Rev. Lett.* **55** 48 (1985)
- Летохов В С, Миногин В Г, Павлик Б Д *ЖЭТФ* **72** 1328 (1977) [*Sov. Phys. JETP* **45** 698 (1977)]
- Wineland D J, Itano W *Phys. Rev. A* **20** 1521 (1979)
- Gordon J P, Ashkin A *Phys. Rev. A* **21** 1606 (1980)
- Lett P D, Watts R N, Westbrook C I, Phillips W, Gould P L, Metcalf H J *Phys. Rev. Lett.* **61** 169 (1988)
- Raab E L, Prentiss M, Cable A, Chu S, Pritchard D E *Phys. Rev. Lett.* **59** 2631 (1987)
- Monroe C, Swann W, Robinson H, Wieman C E *Phys. Rev. Lett.* **65** 1571 (1990)
- Chu S, Bjorkholm J E, Ashkin A, Cable A *Phys. Rev. Lett.* **57** 314 (1986)
- Adams C S, Lee H J, Davidson N, Kasevich M, Chu S *Phys. Rev. Lett.* **74** 3577 (1995)
- Kuhn A, Perrin H, Hänsel W, Salomon C *OSA Topics on Ultracold Atoms and BEC* 1996, Vol. 7 (Ed. K Burnett) (Optical Society of America, 1997) p. 58
- Летохов В С *Письма в ЖЭТФ* **7** 348 (1968) [*JETP Lett.* **7** 272 (1968)]
- Salomon C, Dalibard J, Aspect A, Metcalf H, Cohen-Tannoudji C *Phys. Rev. Lett.* **59** 1659 (1987)
- Cook R J, Hill R K *Opt. Commun.* **43** 258 (1982)
- Balykin V I, Letokhov V S, Ovchinnikov Yu B, Sidorov A I *Phys. Rev. Lett.* **60** 2137 (1988)
- Kasevich M A, Weiss C H *Opt. Lett.* **15** 607 (1990)
- Aminoff C G, Steane A M, Bouyer P, Desbiolles P, Dalibard J, Cohen-Tannoudji C *Phys. Rev. Lett.* **71** 3083 (1993)
- Dalibard J, Cohen-Tannoudji C *J. Opt. Soc. Am. B* **6** 2023 (1989)
- Ungar P J, Weiss D S, Riis E, Chu S J. *Opt. Soc. Am. B* **6** 2058 (1989)
- Salomon C, Dalibard J, Phillips W, Clairon A, Guellati S *Europhys. Lett.* **12** 683 (1990)
- Castin Y, Thèse de doctorat (Paris, 1991)
- Castin Y, Mølmer K *Phys. Rev. Lett.* **74** 3772 (1995)
- Castin Y, Dalibard J *Europhys. Lett.* **14** 761 (1991)
- Verkerk P, Lounis B, Salomon C, Cohen-Tannoudji C, Courtois J-Y, Grynberg G *Phys. Rev. Lett.* **68** 3861 (1992)
- Jessen P S, Gerz C, Lett P D, Phillips W D, Rolston S L, Spreuw R J C, Westbrook C I *Phys. Rev. Lett.* **69** 49 (1992)
- Grynberg G, Triché C, in *Proc. Int. School of Physics "Enrico Fermi", Course CXXXI* (Eds A Aspect, W Barletta, R Bonifacio) (Amsterdam: IOS Press, 1996) p. 243; Hemmerich A, Weidemüller M, Hänsch T W, *ibid.* p. 503
- Jessen P S, Deutsch I H, in *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics* Vol. 37 (Eds B Bederson, H Walther) (1996) p. 95
- Aspect A, Arimondo E, Kaiser R, Vansteenkiste N, Cohen-Tannoudji C *Phys. Rev. Lett.* **61** 826 (1988)
- Kasevich M, Chu S *Phys. Rev. Lett.* **69** 1741 (1992)
- Alzetta G, Gozzini A, Moi L, Orriols G II *Nuovo Cimento* **36B** 5 (1976)
- Arimondo E, Orriols G *Lett. Nuovo Cimento* **17** 333 (1976)
- Aspect A, Arimondo E, Kaiser R, Vansteenkiste N, Cohen-Tannoudji C *J. Opt. Soc. Am. B* **6** 2112 (1989)
- Bardou F, Saubamea B, Lawall J, Shimizu K, Emile O, Westbrook C, Aspect A, Cohen-Tannoudji C *C.R. Acad. Sci. Paris* **318** 877 (1994)
- Saubamea B, Hijmans T W, Kulin S, Rasel E, Peik E, Leduc M, Cohen-Tannoudji C *Phys. Rev. Lett.* **79** 3146 (1997)
- Lawall J, Bardou F, Saubamea B, Shimizu K, Leduc M, Aspect A, Cohen-Tannoudji C *Phys. Rev. Lett.* **73** 1915 (1994)
- Lawall J, Kulin S, Saubamea B, Bigelow N, Leduc M, Cohen-Tannoudji C *Phys. Rev. Lett.* **75** 4194 (1995)
- Ol'shanii M A, Minogin V G *Opt. Commun.* **89** 393 (1992)
- Kulin S, Saubamea B, Peik E, Lawall J, Hijmans T W, Leduc M, Cohen-Tannoudji C *Phys. Rev. Lett.* **78** 4185 (1997)
- Cohen-Tannoudji C, Dalibard J *Europhys. Lett.* **1** 441 (1986)
- Zoller P, Marte M, Walls D F *Phys. Rev. A* **35** 198 (1987)
- Bardou F, Bouchaud J P, Emile O, Aspect A, Cohen-Tannoudji C *Phys. Rev. Lett.* **72** 203 (1994)
- Gnedenko B V, Kolmogorov A N *Limit Distributions for Sums of Independent Random Variables* (Cambridge, Mass.: Addison-Wesley Publ. Co., 1954)
- Bouchaud J P, Georges A *Phys. Rep.* **195** 127 (1990)
- Bardou F, PhD Thesis (Orsay: Univ. Paris XI, 1995)
- Reichel J, Bardou F, Ben Dahan M, Peik E, Rand S, Salomon C, Cohen-Tannoudji C *Phys. Rev. Lett.* **75** 4575 (1995)
- Gibble K, Chu S *Metrologia* **29** 201 (1992)
- Lea S N, Clairon A, Salomon C, Laurent P, Lounis B, Reichel J, Nadir A, Santarelli G *Physica Scripta* **T51** 78 (1994)
- Zacharias J *Phys. Rev.* **94** 751 (1954); see also: Ramsey N *Molecular Beams* (Oxford: Clarendon Press, 1956)
- Kasevich M A, Riis E, Chu S, DeVoe R G *Phys. Rev. Lett.* **63** 612 (1989)
- Clairon A, Salomon C, Guellati S, Phillips W D *Europhys. Lett.* **16** 165 (1991)
- Ghezali S, Laurent Ph, Lea S N, Clairon A *Europhys. Lett.* **36** 25 (1996)
- Ghezali S Thèse de Doctorat (Paris, 1997)
- Simon E, Laurent P, Mandache C, Clairon A, in *Proc. EFTF* (Neuchâtel, 1997)
- Prestage J D, Tjoelker R L, Maleki L *Phys. Rev. Lett.* **74** 3511 (1995)
- Shapiro J I *Phys. Rev. Lett.* **13** 789 (1964)
- Wallis H, Dalibard J, Cohen-Tannoudji C *Appl. Phys. B* **54** 407 (1992)
- Steane A, Szriftgiser P, Desbiolles P, Dalibard J *Phys. Rev. Lett.* **74** 4972 (1995)
- Ben Dahan M, Peik E, Reichel J, Castin Y, Salomon C *Phys. Rev. Lett.* **76** 4508 (1996)